

TERCERA PRACTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- DURACION: 60 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS

**Problema 1 (7 Puntos)**

Considerando el siguiente sistema de ecuaciones:  $F(x)=0$

$$F(x) := \begin{bmatrix} (x_1)^2 \cdot x_2 + \sin[(x_3)^2 - (x_2)^2] \\ \sin(x_1 \cdot x_3) + \cos(x_2 + \sin(x_1)) \\ (x_1)^2 \cdot x_2 + \sin(x_3 - x_1) \end{bmatrix}$$

Complete las órdenes en los siguientes archivos de Matlab que permita resolver el sistema usando el método de Newton-Raphson (N-R).

a) La función del sistema

```
function z=func(x) %función del sistema F(x)
    x1=x(1);x2=x(2); x3=x(3);
    z=[ .....
```

b) La función del Jacobiano

```
function z=jacob(x)
    x1=x(1);x2=x(2); x3=x(3);
    z=[.....
```

c) La función que permita desarrollar el Método N-R

```
function [x,iteraciones,error]=NewtonR(fun,funjac,x0,maxit,tol)
for iteraciones=1:maxit
    x =.....
    error= .....
    x0=x;
    if (error<tol)
        break
    end
end
```

d) La orden en Matlab para que en una línea intente resolver el sistema, partiendo desde el vector 0, con 100 iteraciones como máximo o un error máximo de  $1e-3$ .

```
>>.....
```

**Solución**

a) La función del sistema

```
function z=func(x)%función del sistema F(x)
    x1=x(1);x2=x(2); x3=x(3);
    z=[ x1^2*x2+sin(x3^2-x^2)
        sin(x1*x2)+cos(x2+sin(x1))
        x1^2*x2+sin(x3-x1)];
```

b) La función del Jacobiano

```
function z=jacob(x)
    x1=x(1);x2=x(2); x3=x(3);
    z=[2*x1*x2 x1^2-2*cos(x3^2-x2^2)*x2 2*cos(x3^2-x2^2)*x3
        cos(x1*x3)*x3-cos(x1)*sin(sin(x1)+x2) -sin(sin(x1)+x2) cos(x1*x3)*x1
        2*x1*x2-cos(x3-x1) x1^2 cos(x3-x1)];
```

c) La función que permita desarrollar el Método N-R

```
function [x,iteraciones,error]=NewtonR(fun,funjac,x0,maxit,tol)
for iteraciones=1:maxit
    x =x0-inv(feval(fun,x0))*feval(funjac,x0);
    error=norm(x-x0,inf);
    x0=x;
    if error<tol
        break
    end
end
end
```

d)

```
>>[x,i,e]=NewtonR('fun','jacob',[0 0 0],100,1e-5)
```

**Problema 2 (6 Puntos)**

Sea la tabla:

x	1	2	a
y	2	5	b

- a) Hallar a y b de tal manera que los datos se ajusten a la recta  $y=x+5/3$ .
- b) Calcule el factor de regresion y comente sus resultados.
- c) Si  $a=3$  y  $b=2$  obtener el polinomio de Newton basado en diferencias finitas progresivas y estime  $y(2.1)$ .

**Solución**

a)

$$\begin{bmatrix} \sum x^2 & \sum x \\ \sum x & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum xy \\ \sum y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1^2 + 2^2 + a^2 & 1 + 2 + a \\ 1 + 2 + a & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1x2 + 2x5 + ab \\ 2 + 5 + b \end{bmatrix}$$

$a = 3 \quad b = 4$

b)

$R^2 = 0.4286$   
El ajuste es pésimo.

c)

x	y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$
1	2		
2	5	3	
3	2	-3	-6

$P_n(s) = 2 + 3s + (-6)s(s-1)/2$   
 $s = (2.1 - 1)/1 = 1.1$   
 $f(2.1) = P_n(1.1) = 4.97$

**Problema 3 (7 Puntos)**

Sea la función:  $f(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

- a) Obtener el spline natural para  $x=2, 3, 4$  y  $5$ .
- b) Verifique las condiciones que debe cumplir el spline.
- c) Estime  $y(3.15)$  y el error cometido. Comente sus resultados.

**Solución**

a)

i	hi	x	F(x)	f[ , ]
0	1	2	0	-1
1	1	3	-1	1
2	1	4	0	1
		5	1	

En este caso:

$$\begin{bmatrix} 2(h_0 + h_1) & h_1 \\ h_1 & 2(h_1 + h_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1] \\ f[x_2, x_3] - f[x_1, x_2] \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} 1 - (-1) \\ 1 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = 3.2 \quad M_2 = -0.80 \quad M_0 = M_3 = 0$$

$$S(x) = \begin{cases} x \in [2, 3] & 0.53333(x-2)^3 + 0(x-2)^2 - 1.53336(x-2) + 0 \\ x \in [3, 4] & -0.6667(x-3)^3 + 1.6(x-3)^2 + 0.0667(x-3) - 1 \\ x \in [4, 5] & 0.1333(x-4)^3 - 0.4(x-4)^2 + 1.2667(x-4) + 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned} S_0(2) &= 0 & S_0(3) &= S_1(3) & S_0''(3) &= S_1''(3) \\ S_1(3) &= -1 & S_1(4) &= S_2(4) & S_1''(4) &= S_2''(4) \\ S_2(4) &= 0 & S_0'(3) &= S_1'(3) & S_0''(2) &= 0 \\ S_3(5) &= 1 & S_1'(4) &= S_2'(4) & S_2''(5) &= 0 \end{aligned}$$

c)

$$S_1(x) = -0.6667(x-3)^3 + 1.6(x-3)^2 + 0.0667(x-3) - 1$$

$$S_1(3.15) = -0.9563$$

$$\text{sen}\left(\frac{\pi(3.15)}{2}\right) = -0.9724$$

$$\text{error} = 0.0161$$

La aproximación es aceptable.

**Los profesores**