

EXAMEN FINAL DE METODOS NUMERICOS (MB536A/B)

- DURACION: 110 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS

**Problema 1**

Sea el sistema de ecuaciones no lineales:

$$4x^2 - 49y^2 + 32x + 196y - 328 = 0$$

$$x^2 + 4y^2 - 8x - 8y + 4 = 0$$

- (1.5 P) Bosquejar a mano alzada la solución del sistema en  $[-12, 12]$  y localice las raíces del gráfico, indicando valores cercanos a la raíces.
- (2.0 P) Determine la raíz más cercana al origen de coordenadas usando 3 iteraciones del algoritmo de Newton-Raphson para sistemas y muestre el error, justifique la fórmula de error usada.
- (1.5 P) Encuentre un algoritmo de punto fijo para la raíz buscada en b), y escriba un programa en MATLAB que realice tres iteraciones a partir del valor inicial dado en b) y muestre el error (el cual debe ser decreciente).

**Problema 2**

Se desea aproximar la función  $f(x) = \exp(-x^2)$  para  $x=0, 0.6, 1$  y  $1.4$

- (3.0 P) Determine el spline natural indicando sus resultados parciales.
- (1.0 P) Estime  $f(0.5)$  y calcule el error y comente sus resultados
- (1.0 P) Estime  $f'(0.7)$  y evalúe el error y comente sus resultados

**Problema 3**

Se desea hallar el área limitada por la parábola  $y = x^2/4$  y la curva de Agnesi  $y = \frac{8}{x^2 + 4}$ :

- (1.5 P) Use la siguiente fórmula abierta con  $n=8$  particiones y estime la integral y el error si el valor exacto es  $A=2\pi-4/3$ :

$$\int_{x_0}^{x_4} f(x) dx = \frac{4h}{3} (2f(x_1) - f(x_2) + 2f(x_3))$$

- (1.5 P) Aproxime el área usando la fórmula del trapecio con  $n=8$  particiones y evalúe el error.
- (1.0 P) Usando la fórmula del error del trapecio estime cuantas particiones se requiere para tener una precisión de  $10^{-10}$ .
- (1.0 P) Escriba un código MATLAB para la parte a) donde  $n$  debe ser leído.

**Problema 4**

En el estudio del movimiento de una partícula, se obtuvo la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{y C_1}{(y^2 + 1)^3} - C_2 \frac{dy}{dt}$$

Si  $t=0$ ,  $y=0.001$  y  $dy/dt=0$

- (2.5 P) Determine  $t$ ,  $y$  y  $y'$  usando Runge-Kutta de Orden 2 de  $t=0$  a  $0.3$  con  $h=0.1$ .  $C_1=1$  y  $C_2=1$ .
- (1.0 P) Estime la velocidad en  $t=0.13$ . Fundamente su respuesta.
- (1.5 P) Escriba el programa MATLAB para resolver este problema usando Taylor de orden 2.