

EXAMEN FINAL DE METODOS NUMERICOS (MB536C/D)

- DURACION: 110 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS

**Problema 1**

Sea el sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned}4x^2 - 9y^2 - 16x - 18y - 29 &= 0 \\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 36 &= 0\end{aligned}$$

- (1.5 P) Bosquejar a mano alzada la solución del sistema en  $[-20,20]$  y localice las raíces del a partir del gráfico, indicando valores cercanos a la raíces.
- (2.0 P) Determine la raíz más alejada al origen de coordenadas usando 3 iteraciones del algoritmo de Newton-Raphson para sistemas, y muestre el error de cada iteración.
- (1.5 P) Encuentre un algoritmo de punto fijo para la raíz buscada en b), y escriba un programa en MATLAB que realice tres iteraciones a partir del valor inicial dado en b) y muestre el error (el cual debe ser decreciente).

**Problema 2**

Se tiene los siguientes datos experimentales:

Tiempo (min) = t	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Temperatura Media (°C)= $\Theta$	2	3	7	20	68	297

Se puede aproximar por una función de la forma:  $\Theta = a \cdot \exp(b \cdot t^2 + c \cdot t)$

Para lo cual se pide:

- (3.0 P) Determine  $a$ ,  $b$  y  $c$  mediante ajuste por mínimos cuadrados:
- (1.0 P) Determine el factor de regresión para la función cuadrática.
- (1.0 P) Escriba un código MATLAB para resolver este problema

**Problema 3**

Hallar el área limitada por las curvas  $y=x^2$  e  $y=\sin(\pi x / 2)$

- (2.5 P) Resolver mediante cuadratura Gaussiana ( $n=3$ )
- (1.0 P) Determine el error y comente sus resultados
- (1.5 P) Escriba un código MATLAB para este problema donde se debe leer  $n$  que solo puede tomar valores 1, 2 o 3.

**Problema 4**

Un cohete de masa  $m=500$  Kg es lanzado verticalmente hacia arriba (eje  $y$ ) con una velocidad inicial  $v_0=150$  m/s y teniendo en cuenta que existe una fuerza de rozamiento viscosa que se opone al movimiento de la forma  $-2\beta \dot{y}$ , si  $\beta = 250$  :

- (0.5 P.) Demostrar que la ecuación diferencial que gobierna el movimiento del cohete es:

$$\ddot{y} = -g - \frac{2\beta}{m} \dot{y} \quad y(0) = 0 \quad \dot{y}(0) = v_0, \text{ siendo } g=9.8 \text{ m/s}^2 \text{ la aceleración de la gravedad.}$$

- (3.5 P.) Calcular la posición y velocidad que alcanza el cohete en  $t=1$  seg., transforme la ecuación en un sistema de primer orden y resuelva aplicando Runge-Kutta de segundo orden usando un paso de  $h=0.25$  seg.

- (1.0 P.) Si la solución analítica es  $y(t) = -\frac{mg}{2\beta}t + C_1 + C_2 e^{-2\frac{\beta}{m}t}$  determine el error cometido en

b)