

EXAMEN FINAL DE METODOS NUMERICOS (MB536A)

- DURACION: 110 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS YA QUE SE TOMARA EN CUENTA EN LA CALIFICACION
- PROHIBIDO PORTAR CELULARES U OTROS EQUIPOS DE COMUNICACIÓN ELECTRONICA
- PROHIBIDO EL PRESTAMO DE CALCULADORAS, CORRECTORES, ETC

Problema 1

Sea el sistema de ecuaciones no lineales:

$$16x^2 - 32x + 9y^2 + 54y - 47 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 + 6y - 7 = 0$$

- (1.0 P) Bosquejar a mano alzada la solución del sistema y localice las raíces del gráfico, indicando valores cercanos a la raíces, aproximados al entero más próximo.
- (2.0 P) Determine la raíz del primer cuadrante usando 2 iteraciones del algoritmo de Newton-Raphson para sistemas y muestre el error, justifique la fórmula de error usada.
- (1.0 P) Seleccione un algoritmo de punto fijo para la raíz del primer cuadrante, y aplique el criterio de convergencia.
- (1.0 P) Realice tres iteraciones del algoritmo utilizado en c) a partir del valor inicial dado en a) y muestre el error. Comente sus resultados.

Problema 2

Sea la tabla:

x	1	2	4
y	4	m	n

Donde el polinomio interpolante de Lagrange es:

$$P_2(x) = \frac{(x-1)(x-4)}{(2-1)(2-4)}(a+c) + \frac{(x-1)(x-2)}{(4-1)(4-2)}(b+c) + \frac{(x-4)(x-2)}{(1-4)(1-2)}(b+a)$$

Si $P_2(3)=10$ y $P_2(1.5)=6$

- (2.5 P) Determine m, n, a, b y c
- (1.0 P) Estime $y'(0.5)$
- (1.5 P) Escriba un programa en MATLAB que a partir de los vectores x e y realice un ajuste por mínimos cuadrados para una función de la forma $y=ae^{bx}$ y retorne a, b y el factor de regresión r^2 .

Problema 3

Si se conoce la distribución de la velocidad de un fluido a través de un tubo, el caudal se calcula por medio de $Q = \int_0^{r_0} v(2\pi r)dr$, donde v es la velocidad y $dA=2\pi r dr$ es el diferencial de área de la sección transversal del tubo. Donde r es la distancia medida hacia afuera del centro del tubo. Si la distribución de la velocidad está dada por: $v = 2\left(1 - \frac{r}{r_0}\right)^{1/6}$. Donde $r_0=0.05$ m. es el radio del tubo.

Aproxime Q:

- (1.5 P) Use la fórmula Simpson 1/3 con n=10 particiones para estimar el caudal
- (1.5 P) Aproxime el caudal usando la Cuadratura de Gauss con n=3.
- (1.0 P) Estime el error para a) y b) y comente sus resultados

d) **(1.0 P)** Escriba un código MATLAB para la parte a), b) y c).

Problema 4

Considere una ecuación diferencial de segundo orden de un sistema mecánico vibratorio sometido a una fuerza externa senoidal: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = F_0 \text{sen}(\gamma t)$. Las Unidades están en el SI. Si parte del reposo desde la posición $x=0$. Además $\omega = 2$, $F_0 = 20$ y $\gamma = 0.5$.

- (2.0 P)** Estime la posición y velocidad para $t=0.2$, usando Euler con $h=0.05$
- (2.0 P)** Estime la posición y velocidad para $t=0.2$, usando RK2 con $h=0.05$
- (1.0 P)** Determine los errores para a) y b) y comente sus resultados, si la solución analítica es:

$$x(t) = \frac{F_0}{\omega(\omega^2 - \gamma^2)} (-\gamma \text{sen}(\omega t) + \omega \text{sen}(\gamma t))$$

El Profesor